



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 30 MAYO 2010

## “MATEMÁTICAS: EL NÚMERO ORDINAL”

AUTORÍA <b>GEMA URBANO REYES</b>
TEMÁTICA <b>MATEMÁTICAS</b>
ETAPA <b>EI</b>

### Resumen

Todos los niños y niñas sienten la necesidad de aprender a contar los números naturales tanto de forma cardinal como ordinal, ya que los utilizan en muchos tipos de juegos. Por ello, a continuación conoceremos los aspectos más importantes del número ordinal.

### Palabras clave

- Número
- Natural
- Cardinal
- Ordinal
- Biunívoca
- Transitiva

### 1. NÚMERO NATURAL: CARDINAL Y ORDINAL.

El conjunto de números naturales está formado por números que son sus elementos. Características de este conjunto:

- Está ordenado.
- Elementos en secuencia: uno detrás de otro.
- Cada elemento lleva dos acepciones: lugar que ocupa (aspecto ordinal del número que sirve para contar) y significado que ese elemento tiene por sí mismo (aspecto cardinal del número que sirve para medir una colección).

En cualquier definición matemática de número natural, se puede construir uno de los aspectos a partir del otro que es el utilizado en la definición.

La construcción más aceptada del sistema de números naturales es la Axiomática de Peano basada en la recurrencia de la función “siguiente” y en la existencia del cero como elemento generador en esa ley de recurrencia.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 30 MAYO 2010

## 2. ESQUEMAS LÓGICOS-MATEMÁTICOS IMPLICADOS EN LA ORDINACIÓN.

Si consideramos el significado que un número natural cualquiera tiene por la posición relativa que ocupa al ser secuenciado, estaremos tratándolo en su aspecto ordinal, el cual es considerado por Freudenthal (1983)

### 2.1. Construcción matemática del ordinal.

El aspecto ordinal del número natural se identifica con una secuenciación de los mismos. En esta construcción lo que interesa es la “relación de siguiente” existente entre ellos.

Estudiaremos la construcción de la secuencia numérica desde los conceptos primarios *relaciones ordinales generadoras de series*.

Bertrand Russell denomina el concepto primario como “inmediato posterior al lado de e inmediato anterior al lado de”.

Vivanti se caracteriza porque se definen fácilmente los siguientes a un término y los anteriores, los cuales son considerados como conceptos primarios, para, que a partir de ellos, se puedan definir el siguiente inmediato y el anterior inmediato.

En cualquier construcción del número natural juega un papel muy importante la relación de orden definida en el sistema, se trata de una buena ordenación y un orden completo; y esto conlleva varias cosas: existencia de primer elemento, existencia de elementos consecutivos, y algo muy importante es que dos términos cualesquiera son comparables. Por eso debemos hacer intervenir relaciones asimétricas consideradas como:

- Biunívocas, “siguientes inmediato”.
- Transitivas, “todos los siguientes”

#### 2.1.1. Relaciones asimétricas biunívocas.

Nos preguntamos cómo seriar o secuenciar los términos de una colección. Una de las respuestas la da Bolzano y expresa lo siguiente:

Si  $e$  es cualquier término de nuestra colección, existen dos,  $d$  y  $f$ , tales que:  
 $dRe$  y  $eRf$

Cada término sólo tiene la relación  $R$  con otro. Por lo tanto  $e$  se halla entre  $d$  y  $f$ .

El término con el cual el dado tiene una de las relaciones consideradas se llama inmediato posterior al lado; y aquel con el que tiene la relación recíproca recibe el nombre de inmediato anterior al lado. Dos términos entre los que existen las relaciones en cuestión se llaman consecutivos.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 30 MAYO 2010

### 2.1.2. Relaciones asimétricas transitivas.

Dado un término cualquiera  $x$  de nuestra colección todos los demás inciden en dos clases: clase de los siguientes, y clase de los anteriores.

Con este sistema de generación de series, tenemos que tres términos cualesquiera de nuestra colección son tales que uno está entre otros dos, y cualquiera dos términos están relacionados. Con esta construcción tenemos definido la clase de todos los anteriores a un término dado así como la clase de todos los siguientes al mismo.

¿Cómo definir el siguiente inmediato de un término cualquiera con este sistema de clases?

Si la clase tres no contuviera ningún término se dice que  $x$  e  $y$  son términos consecutivos, y en consecuencia, “ $y$  es siguiente inmediato de  $x$ ”.

$y$  es siguiente inmediato de  $x$  si y sólo si  $y$  es siguiente de  $x$ , es decir, no tienen elementos comunes la clase de todos los siguientes a  $x$  con la clase de todos los anteriores a  $y$ , siendo  $y$  siguiente de  $x$ .

### 2.1.3. Las relaciones asimétricas biunívocas y las asimétricas transitivas son equivalentes.

Con cualquiera de las dos relaciones queda generada una serie y por tanto ambas, por separado, sirven de soporte lógico en la construcción de la secuencia numérica.

¿Cómo pasar de una relación asimétrica biunívoca a una asimétrica transitiva? El paso de la transitiva a la biunívoca ya se ha expuesto en el apartado anterior.

El problema planteado se resuelve a través de las sucesivas potencias de la relación  $R$ .

Dada una relación  $R$  asimétrica y biunívoca sobre una serie abierta y finita, la relación asimétrica y transitiva obtenida a partir de ella,  $R^*$ , se define como:

$$xR^*y \Leftrightarrow \exists nxy, xR^n y$$

### 2.1.4. Secuencia numérica.

“La secuencia numérica es una progresión dada por la relación generatriz de Bolzano, es decir, es una progresión en el sentido de Bertrand Russell”

Una progresión de Bertrand Russell es una serie discreta que tienen términos consecutivos, comienzo pero no fin, y que además es conexa. Una serie es conexa si dos términos cualesquiera de la misma presentan la relación generatriz.

## 2.2. Posición relativa de los números en la secuencia.

Un término numérico cualquiera considerado desde el punto de vista ordinal describe la posición relativa de dicho número en la secuencia numérica.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 30 MAYO 2010

El aspecto ordinal del número indica “posición relativa”.

La secuencia numérica nos permite extender el aspecto ordinal del número a otros conjuntos aunque no sean estrictamente numéricos. Esa extensión se lleva a cabo mediante la operación de ordenar una colección cualquiera de elementos.

Ordenar un conjunto A es ponerlo en biyección, es decir, correspondencia uno a uno, con una parte de la secuencia numérica empezando por uno.

La ordenación cambia dependiendo de la correspondencia uno a uno elegida.

Podemos considerar que un conjunto ordenado es aquel que se ha sometido a la operación de ordenar, en cuyo caso decimos que una colección cualquiera de elementos se transforma en una serie.

El ordinal de un elemento de un conjunto ordenado es la posición relativa, llamada posición ordinal, que ocupa el elemento cuando se ha establecido la biyección correspondiente y es único en el orden considerado.

### 2.3. El lenguaje relativo a la ordinación.

La ordinación presenta un lenguaje propio, en él debemos destacar la terminología ordinal: primero, segundo... Esta terminología está en desuso sobretodo cuando se trata de describir posiciones altas en la secuencia.

En el lenguaje ordinal nos encontramos con todos los términos sacados incluso de relaciones espaciales y temporales que indican posición relativa.

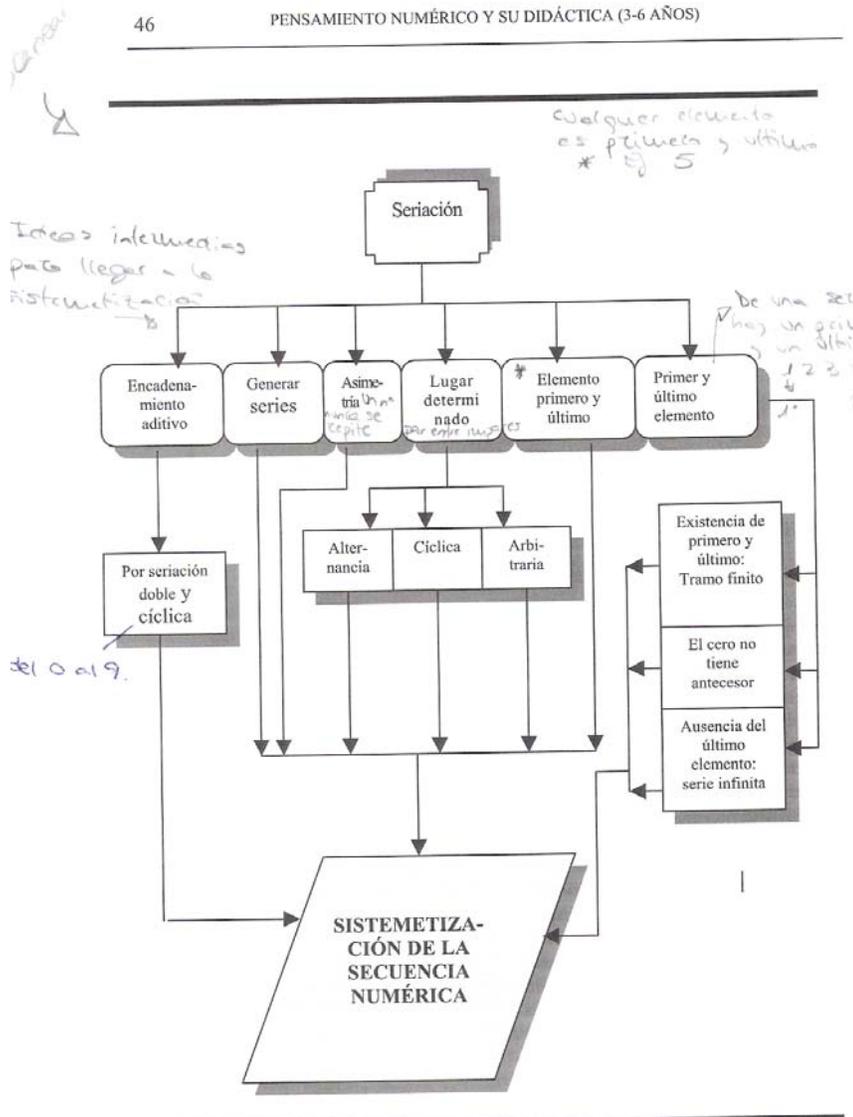
LENGUAJE SUBYACENTE A LA ORDINACIÓN		
<b>TERMINOLOGÍA ORDINAL</b>	<b>TÉRMINOS NUMÉRICOS</b>	<b>TÉRMINOS QUE INDICAN POSICIÓN RELATIVA</b>
Décimo; vigésimo; trigésimo, cuadragésimo, quincuagésimo, saxsagésimo, septuagésimo, octagésimo, nonagésimo	❖ Pedro quedó el número 1 ❖ Juan fue el número 95	Anterior. Posterior Siguiete. Consecutivos. Entre Ir delante. Ir detrás Después de Antes de

### 2.4. La ordinación y la estructura lógica de seriación.

La estructura lógica de seriación incide directamente en la construcción de la secuencia numérica.

En el cuadro siguiente aparece de forma esquematizada el paso de la seriación a la sistematización de la secuencia, entendiendo las casillas que aparecen en las partes intermedias como capacidades seriales que el niño debe aplicar para llegar a dicha sistematización.

La expresión “sistematización de la secuencia” se traduce en terminología piagetiana como alcanzar el éxito operatorio de la serie.





ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 30 MAYO 2010

#### **2.4.1. Relación asimétrica.**

Se trata de advertir las diferencias existentes entre dos elementos de la serie relativos a su posición ordinal.

Se alude a la comparación a través de la terminología ordinal: anterior, siguiente, predecesor, consecutivos, antes de...

#### **2.4.2. Encadenamiento aditivo.**

Alude al proceso de una sucesión de siguientes: a un elemento le continúa otro elemento y a éste otro y así sucesivamente hasta completar toda la serie.

El encadenamiento aditivo es relativo al proceso de ir añadiendo cada término en la sucesión de siguientes, así, al mencionar un nuevo término se añade a la lista de los ya mencionados, y este nuevo término se pone a continuación del último término considerado hasta ese momento porque es el siguiente inmediato de éste según la relación biunívoca que ha generado la sucesión de siguientes.

El primer tramo de la secuencia (del 0 al 9) constituye un ciclo a partir del cuál se genera toda la serie de números naturales. Conlleva, a su vez, la aplicación de la seriación doble.

El encadenamiento aditivo para obtener el “tramo” que va del 100 al 199 sigue la misma regla de formación pero sustituyendo la columna generatriz por los números: 10,11,12,13,14,15,16,17,18 y 19.

Este juego se puede prolongar todo lo que se quiera, puesto que no hay ninguna restricción, generándose una sucesión infinita de términos.

Atendiendo a la psicogénesis de la seriación, nos encontramos tres etapas de maduración hasta conseguir el éxito operatorio.

- Ausencia de seriación, sin incapaces de mantener el criterio de la serie.
- Seriación por “tanteos”, seriar correctamente a través de tanteos empíricos. Es una tara hecha sin seguridad, por ensayo y error, son incapaces de anticipar un resultado.
- Seriación operatoria, aparece el éxito operatorio. El niño es capaz de anticipar la serie y la realiza usando un método sistemático.

#### **2.4.3. Primer y último elemento.**

En algunas series finitas existe primer y último elemento. El primero es anterior a todos y el último posterior a todos los demás.

La serie finita tiene que estar bien ordenada.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 30 MAYO 2010

La capacidad para identificar el primer y último elemento en series finitas supone desarrollar el lenguaje subyacente a la seriación, cuyo éxito operatorio es la descripción de las series en los dos sentidos.

#### 2.4.4. Todo elemento es primero y último.

Un término en una serie lineal es último elemento de todos los que le anteceden y primero de los que le suceden.

De todas ellas podemos decir que un elemento cualquiera es mayor que todos los anteriores y menor que todos los posteriores generalizando la relación de orden como: “menor o igual que”.

#### 2.4.5. Lugar determinado.

Cada elemento ocupa un lugar determinado en la serie. Se alude a la capacidad de averiguar la posición que ocupaba un elemento dado aplicando distintos esquemas:

- Alternancia, un elemento determinado se encuentra entre dos elementos de la clase contraria, así se descubren algunas propiedades de la secuencia numérica como por ejemplo que cada número par está entre dos impares.
- Cíclicas, conociendo la posición de cada uno de los elementos que componen el ciclo se puede determinar el anterior y el siguiente de todos los demás.
- Arbitraria, se trata de averiguar el lugar que ocupa un término cualquiera y observar cómo se realiza la descripción de dicha posición.

Se pueden aplicar distintas estrategias:

- número ordinal
- localización del anterior y posterior
- esquemas más evolucionados, se describe la posición de un número usando otro número dado como referencia.

#### 2.4.6. Generación de series.

Se trata el proceso de generación de series aludiendo a criterios ordinales. Describe un proceso de generación de las series numéricas aditivas a partir de la secuencia de números naturales del siguiente modo:

- construcción de la serie S1

Correspondencia entre la secuencia numérica y la alternancia:

si-no-si-no-si-no.. Consideramos los “sies” y obtenemos:

1-3-5-7-9...

La serie así construida la podemos llamar “alternancia de la primera serie”

- Construcción de la serie S2.

Si-no-no-si-no-no-si-no-no...y obtenemos 1-4-7-10...

- Construcción de la serie S3:

La serie si-no-no-no-si-no-no-no-si... entonces obtenemos 1-5-9-13-17-21...



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 30 MAYO 2010

Hemos definido una serie numérica con el criterio “contar n lugares en una serie dada” Si combinamos este apartado con algunos de los anteriores podemos obtener, por ejemplo las tablas de multiplicar.

### 2.5. Didáctica basada en los números para contar.

El número para contar es matemáticamente llamado número ordinal, es formalizado mediante la inducción completa y los Axiomas de Peano.

Aboga por el número para contar en educación matemática, frente al número para cardinar, por estos motivos:

- Contar llega pronto a convertirse en una necesidad teórica para el niño.
- Contar es la base de la Aritmética más elemental.
- El contar también es una actividad rítmica.
- El concepto “y así sucesivamente” es operatorio en toda la instrucción aritmética.
- El número para cardinar es matemáticamente insuficiente.
- El aspecto cardinal de los números naturales es irrelevante en comparación con el aspecto del conteo.
- El aspecto cardinal es insuficiente para la didáctica de los números naturales.

### 3. BIBLIOGRAFÍA.

- Fernández Escalona, Catalina (2004). Pensamiento numérico y su didáctica (3-6 años). Málaga. Dykinson.
- Fernández Escalona, Catalina (2004). Análisis didáctico de la secuencia numérica. Málaga. Dykinson.

#### Autoría

---

- Nombre y Apellidos: GEMA URBANO REYES
- Centro, localidad, provincia: MÁLAGA
- E-mail: GEMOTOTA@HOTMAIL.COM